Projet ANR : Espaces de Berkovich

ESPACES DE BERKOVICH, INTÉGRATION MOTIVIQUE ET SINGULARITÉS COMPLEXES

Johannes Nicaise et Amaury Thuillier

1. Présentation

À Lyon, les mercredi 27, jeudi 28 et vendredi 29 janvier 2010. Neuf exposés de 90 minutes chacun, répartis sur trois jours.

Les exposés 1, 2, 4 et 5 sont supposés s'adresser à un public non spécialisé.

2. Programme prévisionnel

1. Exposé introductif : la conjecture de monodromie (Wim VEYS, Leuven)

Fonctions zêta archimédiennes et p-adiques associées à un polynôme $f \in \mathbb{Z}[t_1, \ldots, t_d]$: définition et prolongement méromorphe. Énoncé de la conjecture de monodromie. Motivations pour l'introduction de l'intégration motivique et la construction de la fibre de Milnor analytique.

Références : [9], [15], [20].

2. Fibre de Milnor classique (Rouchdi BAHLOUL, Lyon)

Définition. Monodromie : définition et théorème de quasi-unipotence. Lien avec la conjecture de monodromie archimédienne : polynôme de Bernstein-Sato et théorème de Malgrange.

Références : [13], [15], [18], [24].

3. Cycles évanescents (Jérôme POINEAU, Strasbourg)

Définition. Calcul dans le cas d'un diviseur croisements normaux. Formule de A'Campo pour la fonction zêta de la monodromie.

Références : [1, Exp.I, XIII, XIV], [2], [14].

4. Espaces de Berkovich (Amaury THUILLIER, Lyon)

Généralités. Analytification d'une variété algébrique sur $\mathbb{C}((t))$. Fibre générique d'un schéma formel spécial. Squelette associé à un schéma formel poly-stable sur $\mathbb{C}[[t]]$.

Références : [3], [4], [5], [6], [21], [25].

5. Intégration motivique I (David BOURQUI, Rennes)

Exposé synthétique de l'intégration motivique géométrique sur un corps de caractéristique nulle. Énoncé de la formule de changement de variables. Applications.

Références : [8], [11], [12], [16].

6. Intégration motivique II (Johannes NICAISE, Leuven)

Preuve de la formule de changement de variables. Intégration motivique sur les schémas formels et les espaces analytiques en égale caractéristique nulle.

Références : [11], [8], [17], [23], [19].

7. Fibre de Milnor analytique (Christian KAPPEN, Münster)

Définition (dans le cadre Berkovich). Énoncé des théorème de comparaison avec la fibre de Milnor classique : cohomologie étale, structure de Hodge mixte en poids 0. Définition de la fonction zêta motivique, énoncé de la formule en termes d'une résolution des singularités et énoncé de la conjecture de monodromie motivique. Spécialisation vers la fonction zêta p-adique.

Références : [10], [12], [22], [19], [20].

8. Fonction zêta et fibre de Milnor motiviques (Michel RAIBAUT, Nice)

Preue de la formule pour la fonction zêta motivique. Définition de la fibre de Milnor motivique. Spécialisation de la fibre de Milnor motivique vers le spectre de Hodge.

Références : [10], [12], [22], [19], [20].

9. Cohomologie singulière de la fibre de Milnor analytique (Antoine DUCROS, Paris)

Preuve d'un théorème de comparaison : réalisation de Berkovich de la partie de poids zéro de la structure de Hodge mixte sur la cohomologie évansecente.

Références : [7], [21].

Références

[1] *Groupes de monodromie en géométrie algébrique. I.* Springer-Verlag, Berlin, 1972. Séminaire de Géométrie Algébrique du Bois-Marie 1967–1969 (SGA 7 I), Dirigé par A. Grothendieck. Avec la collaboration de M. Raynaud et D. S. Rim, Lecture Notes in Mathematics, Vol. 288.

[2] N. A'Campo. La fonction zêta d'une monodromie. *Comment. Math. Helvetici*, 50 :233–248, 1975.

[3] V. G. Berkovich. *Spectral theory and analytic geometry over non-archimedean fields*, volume 33 of *Mathematical Surveys and Monographs*. AMS, 1990.

[4] V. G. Berkovich. Vanishing cycles for formal schemes. *Invent. Math.*, 115(3) : 539–571, 1994

[5] V. G. Berkovich. Vanishing cycles for formal schemes II. *Invent. Math.*, 125(2) :367–390, 1996.

[6] V. G. Berkovich. Smooth *p*-adic analytic spaces are locally contractible. *Invent. Math.*, 137(1) :1–84, 1999.

[7] V. G. Berkovich. A non-Archimedean interpretation of the weight zero subspaces of limit mixed Hodge structures. In *Algebra, Arithmetic and Geometry - Manin Festschrift (to appear)*. Boston : Birkhäuser.

[8] M. Blickle. A short course on geometric motivic integration arXiv :math/0507404v1

[9] J. Denef. Report on Igusa's local zeta function. In *Séminaire Bourbaki, Vol. 1990/91, Exp. No.730-744*, volume 201-203, pages 359–386, 1991.

[10] J. Denef and F. Loeser. Motivic Igusa zeta functions. *J. Algebraic Geom.*, 7 :505–537, 1998.

[11] J. Denef and F. Loeser. Germs of arcs on singular algebraic varieties and motivic integration. *Invent. Math.*, 135 :201–232, 1999.

[12] J. Denef and F. Loeser. Geometry on arc spaces of algebraic varieties. *Progr. Math.*, 201 :327–348, 2001.

[13] A. Dimca. *Singularities and Topology of Hypersurfaces*. Universitext. Springer-Verlag, 1992.

[14] A. Dimca. *Sheaves in topology*. Springer-Verlag, 2004.

[15] J. Igusa. *An introduction to the theory of local zeta functions*. Studies in Advanced Mathematics. AMS, 2000.

[16] F. Loeser. Seattle lectures on motivic integration. *preprint*, http ://www.dma.ens.fr/ loeser/notes.php, 2008.

[17] F. Loeser and J. Sebag. Motivic integration on smooth rigid varieties and invariants of degenerations. *Duke Math. J.*, 119 :315–344, 2003.

[18] B. Malgrange. Polynômes de Bernstein-Sato et cohomologie évanescente. *Astérisque*, 101/102 :243–267, 1983.

[19] J. Nicaise. A trace formula for rigid varieties, and motivic Weil generating series for formal schemes. *Math. Ann.*, 343 :2, 285–349, 2009.

[20] J. Nicaise. An introduction to p-adic and motivic zeta functions and the monodromy conjecture. arXiv :0901.4225.

[21] J. Nicaise. Singular cohomology of the analytic Milnor fiber, and mixed Hodge structure on the nearby cohomology. arXiv :0710.0330.

[22] J. Nicaise and J. Sebag. The motivic Serre invariant, ramification, and the analytic Milnor fiber. *Invent. Math.*, 168(1) :133–173, 2007.

[23] J. Sebag. Intégration motivique sur les schémas formels. *Bull. Soc. Math. France*, 132(1) :1–54, 2004.

[24] M. Sebastiani. Monodromie et polynme de Bernstein, d'aprs Malgrange. *Fonctions de plusieurs variables complexes, III (Sm. Franois Norguet, 1975–1977)*, Lecture Notes in Math., 670, Springer, p.370-381, 1978.

[25] A. Thuillier. Géométrie toroïdale et géométrie analytique non archimédienne. Application au type d'homotopie de certains schémas formels. *Manuscr. Math.*, 123(4) :381–451, 2007.