

Conférences de Yves Colin de Verdière (Institut Fourier, Grenoble) :

Quelques résultats sur le spectre des opérateurs de type Schrödinger sur les graphes

Il y a un analogue naturel sur les graphes des opérateurs de Schrödinger qui gouvernent la mécanique quantique (opérateurs différentiels sur \mathbb{R}^N) sur les graphes : ce sont certaines matrices symétriques $V \times V$ où V est l'ensemble des sommets du graphe G . On notera O_G cet ensemble. On y retrouve plusieurs des propriétés importantes des opérateurs de Schrödinger dont ils sont une approximation.

Après avoir motivé et introduit cette classe d'opérateurs, je montrerai des propriétés de leurs spectres pour des graphes simples (cycles, graphes linéaires, arbres, ...) ainsi que quelques propriétés générales. Je décrirai ensuite des résultats plus récents concernant la topologie différentielle de O_G relativement à la stratification naturelle des matrices symétriques en termes de leurs propriétés spectrales. Cette étude permet d'introduire un invariant numérique entier $\mu(G)$ qui reflète la « complexité du graphe ». On fera en passant un détour par le célèbre théorème de Kuratowski qui caractérise les graphes planaires.

Comme référence générale, on pourra consulter mon livre « Spectres de graphes » publié par la SMF.