TABLE DES MATIÈRES

Préface iii

B. Courcelle — *Introduction à la théorie des graphes : Définitions, applications et techniques de preuves* 1
- 1. Bibliographie 1
- 2. Introduction 2
- 3. Chemins 4
- 4. Arbres recouvrants et explorations 8
- 5. Théorème de Menger 9
- 6. Coloriages et problèmes NP-complets 11
- 7. Planarité et configurations interdites 15
- 8. Arbres syntaxiques 16
- 9. Structurations et grammaires de graphes 18
- 10. Décompositions arborescentes et algorithmes polynomiaux 20
- 11. Graphes dénombrables : utilisation du lemme de Koenig . 22

Y. Colin de Verdière — *Sur le spectre des opérateurs de type Schrödinger sur les graphes* 25
- Introduction 25
- 1. Complexité d'un graphe et mineurs 26
- 2. Opérateurs de type Schrödinger sur les graphes 33
- 3. Le théorème de Perron-Frobenius et ses extensions 38
- 4. Stabilité structurelle 40
- 5. Mineurs des graphes et limites singulières d'opérateurs 45
- 6. Plongements de graphes dans les surfaces 48
- 7. Spectres et largeurs d'arbre 51
- Références 51

A. Zvonkin — *Cartes et dessins d'enfants* 53
1. Surfaces 53
2. Cartes 57
3. Dessins d'enfants 64
Références 74

PRÉFACE

La théorie des graphes regroupe une classe de problèmes de nature combinatoire, dont les plus célèbres sont certainement le *problème des ponts de Königsberg* (résolu par Euler) et le problème du coloriage des cartes planes avec quatre couleurs (maintenant résolu et connu sous le nom de *théorème des quatre couleurs*). Son originalité réside dans l'opposition entre la simplicité des énoncés, qui ont souvent un aspect visuel ou ludique très accessible, et la difficulté des démonstrations, reflétant la richesse de la géométrie combinatoire.

Les textes de ce volume illustrent cette variété de questions, tout en mettant l'accent sur l'universalité de certains concepts issus cette théorie.

Bruno Courcelle présente un panorama des problèmes combinatoires et algorithmiques que la théorie des graphes permet de modéliser, tels que coloriage et planarité, grammaires et arbres syntaxiques.

Yves Colin de Verdière introduit un analogue naturel sur un graphe des *opérateurs de Schrödinger* qui gouvernent la mécanique quantique. Leur spectre fournit des renseignements sur la nature du graphe, par exemple la topologie « minimale » d'une surface dans laquelle le graphe peut être dessiné (le plan, la sphère, le tore, etc.). Les propriétés de ce spectre peuvent être étudiées en tenant compte de l'analogie avec celles des opérateurs dont ils constituent une discrétisation.

Enfin, *Alexander Zvonkin* nous propose un voyage au pays des cartes, qui nous conduira, par le biais du groupe cartographique, aux *dessins d'enfants*, c'est-à-dire à l'étude du groupe de Galois de $\overline{\mathbb{Q}}$ sur $\mathbb{Q}$ et à celle de l'espace des modules des surfaces de Riemann compactes : nous arrivons ainsi au centre des recherches mathématiques contemporaines en théorie des nombres et en géométrie algébrique.

Nous tenons à remercier la direction de l'École polytechnique, et tout particulièrement la Direction des Études, pour l'aide matérielle importante qu'elles ont apportée à la préparation des journées X-UPS. Nous remercions les Éditions de l'École polytechnique qui ont bien voulu accueillir la série *Journées mathématiques X-UPS* au sein de leurs collections.

Nous remercions aussi les secrétaires du Centre de mathématiques, notamment Claudine Harmide et Michèle Lavallette, pour leur contribution à l'organisation de ces journées.

Nicole Berline et Claude Sabbah