TABLE DES MATIÈRES

PRÉFACE

La théorie algorithmique des nombres permet d'aborder avec un ordinateur l'étude des équations diophantiennes, c'est-à-dire la résolution en nombres entiers d'équations algébriques. Par ailleurs, d'autres approches des équations diophantiennes sont d'une grande actualité et la démonstration récente du théorème de Fermat, concernant l'équation $x^n + y^n = z^n$, est loin d'avoir épuisé la question. Les textes de ce volume illustrent ces deux points de vue.

En 1844, Eugène Catalan, répétiteur à l'École polytechnique, publiait dans le journal de Crelle, une note énonçant que *deux nombres entiers consécutifs, autres que* 8 *et* 9*, ne peuvent être des puissances exactes ; autrement dit : l'équation* $x^n - y^m = 1$*, dans laquelle les inconnues sont entières et positives, n'admet qu'une seule solution.* Dans le premier texte, *Henri Cohen* nous présente la très récente démonstration de cette conjecture par Mihăilescu en 2003. Celle-ci est un bel exemple de la richesse des méthodes algébriques (théorie des corps cyclotomiques) pour la résolution de certaines équations diophantiennes. On trouve ici un nouvelle illustration de la difficulté que peut présenter un problème d'énoncé si « simple ».

Dans le texte suivant, *Karim Belabas* introduit pour commencer les concepts de la théorie algébrique des nombres. Dans la seconde partie du texte, il expose les idées et les méthodes essentielles de la théorie algorithmique des nombres, en particulier du point de vue du temps de calcul (effectivité).

Enfin, *Guillaume Hanrot* nous propose un survol de quelques idées sur l'algorithmique des équations diophantiennes. Son exposé se concentre sur les méthodes utilisant des arguments de transcendance. Il culmine avec la méthode de Tzanakis et de Weger pour la résolution de l'équation de Thue. La résolution pratique d'une telle équation fait appel aux outils algorithmiques mis en place dans la conférence de Karim Belabas.

Nous tenons à remercier la direction de l'École polytechnique, et tout particulièrement la Direction des Études, pour l'aide matérielle importante qu'elle a apportée à la préparation des journées X-UPS. Nous remercions les Éditions de l'École polytechnique qui ont bien voulu accueillir la série *Journées mathématiques X-UPS* au sein de leurs collections.

Nous remercions aussi les secrétaires du Centre de mathématiques, notamment Claudine Harmide et Michèle Lavallette, pour leur contribution à l'organisation de ces journées.

Nicole Berline, Alain Plagne et Claude Sabbah