

TABLE DES MATIÈRES

Préface	v
Y. ANDRÉ — <i>Idées galoisiennes</i>	1
1. Nombres algébriques et groupes de Galois.....	2
2. Fonctions algébriques et groupes de Galois.....	5
3. Fonctions transcendantes et groupes de Galois.....	8
4. Nombres transcendants et groupes de Galois.....	10
5. Coda : un groupe de Galois « cosmique » ?.....	15
J.-P. KAHANE — <i>Analyse et synthèse harmoniques</i>	17
Coup d’œil sur l’analyse de Fourier.....	17
Partie I. Statistique et Fourier, dans l’histoire et aujourd’hui.	23
Partie II. Restrictions et prolongements dans l’algèbre de Wiener.....	33
Introduction.....	33
Reconstruction des fonctions à spectre lacunaire.....	36
Discussion et commentaires.....	40
Appendice 1. Sur le principe de localisation de Tao.....	44
Appendice 2. Reconstruction d’un signal par la méthode de Candès, Romberg et Tao (variantes déterministe et probabiliste).....	45
Références.....	51
P. POPESCU-PAMPU — <i>Qu’est-ce que le genre ?</i>	55
1. Introduction.....	55
2. Le $\gamma\acute{\epsilon}\nu\omicron\varsigma$ selon Aristote.....	59

Partie I. Les courbes algébriques.....	60
3. Descartes et le nouveau monde des courbes.....	60
4. Newton et la classification des courbes.....	62
5. Quand les intégrales cachent des courbes.....	63
6. Jakob Bernoulli et la construction des courbes.....	65
7. Fagnano et la lemniscate.....	68
8. Euler et l'addition des intégrales lemniscatiques.....	69
9. Legendre et les fonctions elliptiques.....	71
10. Abel et les nouvelles fonctions transcendentes.....	73
11. Une preuve d'Abel.....	74
12. Les motivations d'Abel.....	76
13. Cauchy et les promenades d'intégration.....	77
14. Puiseux et les permutations des racines.....	82
15. Riemann et la découpe des surfaces.....	84
16. Riemann et l'invariance birationnelle.....	91
17. Le théorème de Riemann-Roch.....	92
18. Réinterprétation des travaux d'Abel.....	93
19. Jordan et la classification topologique.....	99
20. Clifford et le nombre de trous.....	101
21. Clebsch et le choix du nom.....	105
22. Cayley et la déficience.....	107
23. Max Noether et les courbes adjointes.....	108
24. Klein, Weyl, et la notion de surface abstraite.....	110
25. L'uniformisation des surfaces de Riemann.....	111
26. Le genre et l'arithmétique des courbes.....	113
27. Quelques réflexions historiques de Weil.....	114
28. Et plus près de nous?.....	117
Partie II. Les surfaces algébriques.....	118
29. Les débuts d'une théorie des surfaces algébriques.....	118
30. Le problème du lieu singulier.....	122
31. Une profusion de genres pour les surfaces.....	128
32. La classification des surfaces algébriques.....	130
33. Le genre géométrique et le polyèdre de Newton.....	133
34. Les singularités qui n'affectent pas le genre.....	134
35. Hodge et l'interprétation topologique des genres.....	137
36. Plus récemment : comparaisons de structures.....	138
Partie III. Les dimensions supérieures.....	140
37. Hilbert et sa fonction caractéristique d'un module.....	140
38. Severi et des genres en dimension quelconque.....	143
39. Poincaré et l'Analysis Situs.....	146

40. Les théories homologiques et cohomologiques.....	151
41. Elie Cartan et les formes différentielles.....	154
42. De Rham et sa cohomologie.....	157
43. Hodge et les formes harmoniques.....	160
44. Weil et ses conjectures.....	164
45. Serre et l'esprit du théorème de Riemann-Roch.....	165
46. Les nouveaux ingrédients.....	168
47. Genre versus caractéristique d'Euler-Poincaré.....	171
48. Le théorème de Riemann-Roch-Hirzebruch.....	175
49. Le théorème de Riemann-Roch-Grothendieck.....	178
50. Épilogue.....	183
Références.....	184
Index.....	196

PRÉFACE

Nombre de concepts mathématiques utilisés couramment de nos jours ont une histoire très riche, et les raisons qui ont conduit à leur émergence, puis à différentes transformations, sont souvent méconnues. Le présent volume remonte ainsi aux sources de trois concepts mathématiques, analyse leurs transformations et en présente certains développements récents.

La « théorie de l'ambiguïté » d'Évariste Galois, où se profilent les idées de groupe et d'invariant qui allaient unifier l'algèbre et la géométrie, et jouer un rôle fondamental bien au-delà, est présentée par Yves André dans un libre parcours reliant divers développements plus ou moins récents des idées galoisiennes en arithmétique, dans l'étude des équations différentielles linéaires, en théorie des nombres transcendants, etc.

Jean-Pierre Kahane propose une promenade historique, dans laquelle il s'attarde sur l'analyse de Fourier, mais qui a comme point de départ la méthode des moindres carrés et comme point d'arrivée l'échantillonnage parcimonieux (*compressed sensing*).

Patrick Popescu-Pampu présente le concept de genre, fondamental en géométrie. Laissant parler les acteurs sur leurs motivations et mettant en évidence la variété des styles ainsi que l'évolution du langage, des questionnements et des points de vue, il part de la géométrie de Descartes pour aboutir à l'approche contemporaine de la géométrie algébrique et de l'arithmétique des courbes et des surfaces.

Nous tenons à remercier la direction de l'École polytechnique, et tout particulièrement la Direction des Études, pour l'aide matérielle importante qu'elles ont apportée à la préparation de ces journées et à la publication de ce volume. Nous remercions aussi le secrétariat du Centre de Mathématiques Laurent Schwartz, notamment Carole Juppín et Michèle Lavallette.

Pascale Harinck, Alain Plagne et Claude Sabbah