TABLE DES MATIÈRES

Préface v

MICHÈLE AUDIN — *Henri Cartan & André Weil – Du vingtième siècle et de la topologie* 1
- Introduction 1
  - Pourquoi « Cartan & Weil » ? 1
  - De quoi s'agit-il ? 2
  - De l'histoire et de la mathématique 4
- 1. À la recherche de la topologie (un inventaire) 5
  - La topologie générale 6
  - De la topologie « combinatoire » à la topologie algébrique . 7
  - Dans la correspondance 7
- 2. Le côté de Cartan 7
  - 2.a. La topologie générale et les filtres (boum !) 8
  - 2.b. La topologie algébrique 11
  - 2.c. La géométrie analytique et les fibrés 14
- 3. Du côté de chez Weil 22
  - 3.a. L'hypothèse de Riemann pour les corps finis 23
  - 3.b. Le lemme de Weil et le théorème de Lefschetz 28
  - 3.c. Les formes différentielles : de la formule de Stokes au théorème de de Rham 43
- 4. Annexe : repères biographiques 49
  - Henri Cartan 50
  - André Weil 52
- Remerciements et sources 54
  - Remerciements 54
  - Sources 56
- Références 59

MARC HINDRY — *La preuve par André Weil de l'hypothèse de Riemann pour une courbe sur un corps fini* 63
- 1. Corps de fonctions, courbes algébriques et fonctions zêta . . 66
- 2. Variantes et exemples 73

3. Généralisations et applications 77
4. Le théorème de Riemann-Roch pour les courbes 81
5. La preuve originale de Weil 85
6. Une autre preuve en restant dans le monde des courbes 88
7. Appendice : Corps finis et courbes algébriques 92
7.a. Corps finis 92
7.b. Courbes algébriques et diviseurs 93
7.c. Le Frobenius 96
Références 97

Jean-Pierre Demailly — *Henri Cartan et les fonctions holomorphes de plusieurs variables* 99
1. Introduction 99
2. L'anneau local des germes de fonctions holomorphes 101
2.A. Notion de germe, premières propriétés élémentaires 101
2.B. Théorème de préparation de Weierstrass 105
2.C. Propriétés algébriques de l'anneau $\mathcal{O}_n$ 108
3. Faisceaux cohérents 113
3.A. Notions de préfaisceau et de faisceau 114
3.B. Faisceaux de modules 118
3.C. Notion de module cohérent sur un faisceau d'anneaux 121
3.D. Notion de faisceau cohérent d'anneaux 123
3.E. Faisceaux analytiques et théorème d'Oka 124
4. Ensembles analytiques complexes. Propriétés locales 127
4.A. Définition. Composantes irréductibles 127
4.B. Structure locale d'un germe d'ensemble analytique 130
4.C. Points réguliers et singuliers. Dimension 138
4.D. Cohérence des faisceaux d'idéaux 139
5. Appendice : espaces étalés et revêtements 143
5.A. Un aperçu de la théorie des revêtements 144
5.B. Espaces étalés 154
Bibliographie 160
Quelques références 160
Travaux et publications de Henri Cartan 161
Séminaires de l'École Normale Supérieure 167
Livres 167
Divers 168
Exposés au Séminaire Bourbaki 168

Isabelle Broué — *Quelques moments de vie privilégiés avec Henri et Nicole Cartan* 169

PRÉFACE

Henri Cartan et André Weil ont joué un rôle essentiel dans le développement des mathématiques en France au vingtième siècle. Leur influence ne se limite pas à Bourbaki, groupe qu'ils ont contribué à fonder et auquel ils ont participé activement. Elle s'étend à de vastes domaines des mathématiques. Nombre de concepts, de façons de les présenter, ou simplement de les noter, sont utilisés maintenant comme allant de soi, alors que leur naissance et leur mise au point ont pu faire l'objet d'âpres discussions entre eux deux notamment.

Pour illustrer cette influence, nous avons choisi de présenter, pour chacun des deux protagonistes, un résultat mathématique auquel ils ont apporté une contribution majeure : la théorie des fonctions analytiques de plusieurs variables complexes pour Henri Cartan (texte de Jean-Pierre Demailly) et l'hypothèse de Riemann pour les courbes sur les corps finis en ce qui concerne André Weil (texte de Marc Hindry). Mais leur contribution mathématique ne s'arrête pas là, et ils ont fait avancer bien d'autres domaines par leurs échanges permanents (discussions ou correspondance). C'est ce qu'illustre Michèle Audin à propos de la topologie.

Le parcours de ces deux figures des mathématiques françaises dans l'histoire du vingtième siècle est présenté dans le texte de Michèle Audin. Nous terminons ce volume par l'évocation, par Isabelle Broué, des souvenirs de tournage de son documentaire

Henri Cartan, une vie de mathématicien (1995)[1]. Au travers d'entretiens avec Henri et Nicole Cartan, la réalisatrice nous fait mieux connaître cette personnalité multiple.

Nous remercions la famille Cartan de nous avoir autorisés à reproduire les photos d'Henri Cartan et Sylvie Weil de nous avoir confié celles d'André Weil.

Nous tenons à remercier la direction de l'École polytechnique, la Direction des Services de l'Enseignement et le Centre Polymedia, pour l'aide matérielle importante qu'ils ont apportée à la préparation de ces journées et à la publication de ce volume. Nous remercions aussi le secrétariat du Centre de Mathématiques Laurent Schwartz, notamment Carole Juppin et Michèle Lavallette.

Pascale Harinck, Alain Plagne et Claude Sabbah

[1]Se rendre à `http://videotheque.cnrs.fr/doc=199` pour les conditions d'acquisition et de visionnage.