

## TABLE DES MATIÈRES

<b>Préface</b> .....	v
<b>SYLVIE MÉLÉARD — <i>Processus de branchement. Applications en Écologie</i></b> .....	1
1. Introduction.....	1
1.1. Modélisation mathématique et écologie.....	2
1.2. Processus de branchement, un peu d'histoire.....	4
2. Processus markoviens de saut en temps continu.....	5
2.1. Définition et premières propriétés.....	5
2.2. Un prototype : le processus de Poisson.....	9
2.3. Générateur d'un processus markovien de saut.....	16
3. Processus de branchement et de naissance et mort en temps continu.....	21
3.1. Processus de branchement en temps continu.....	21
3.2. Processus de naissance et mort.....	29
4. Approximations continues : modèles déterministes et stochastiques.....	37
4.1. Approximations déterministes — Équations malthusienne et logistique.....	37
4.2. Approximation stochastique — Stochasticité démographique, Équation de Feller.....	42
4.3. Les modèles proie-prédateur, systèmes de Lotka-Volterra.....	45
4.4. Extension.....	46
Index.....	50
Références.....	50

CHRISTOPHE GIRAUD — <i>Fondements mathématiques de l'apprentissage statistique</i> .....	53
1. Introduction.....	53
2. Modélisation mathématique.....	54
3. Minimisation du risque empirique.....	55
3.1. Probabilité de mauvaise classification avec $\hat{h}_{\mathcal{H}}$ .....	57
3.2. Sélection de dictionnaire.....	61
3.3. Dimension combinatoire de Vapnik-Chervonenkis.....	64
4. De la théorie vers la pratique.....	67
4.1. Convexification du risque empirique.....	67
4.2. Propriétés statistiques.....	70
4.3. Support Vector Machine.....	74
4.4. AdaBoost.....	78
5. Pour aller au-delà de cette introduction.....	80
Appendice A. Espace de Hilbert à noyaux reproduisants (RKHS).....	80
Appendice B. Inégalités probabilistes.....	84
Références.....	85
DJALIL CHAFAÏ — <i>Introduction aux matrices aléatoires</i> .....	87
1. Introduction.....	87
2. Esquisses de preuves du théorème de Wigner.....	96
Modèle réduit.....	97
2.1. Méthode des moments (combinatoire).....	97
2.2. Méthode de la résolvante (analyse).....	100
2.3. Méthode de minimisation d'énergie pour GUE.....	102
2.4. Méthode des polynômes orthogonaux pour GUE.....	103
3. Au delà du théorème de Wigner.....	105
3.1. Comportement au bord et universalité locale.....	106
3.2. Probabilités libres de Voiculescu.....	108
3.3. Quelques mots sur le théorème de Marchenko-Pastur..	111
3.4. Quelques mots sur le théorème de Girko.....	114
Appendice A. Quelques outils.....	116
Références.....	120

## PRÉFACE

Les textes réunis dans ce volume présentent plusieurs aspects des mathématiques de l'aléatoire et mettent en évidence les nombreux domaines d'application où elles sont utilisées.

La question de la modélisation en dynamique des populations permet à *Sylvie Méléard* d'introduire les processus markoviens de saut indexés par le temps continu. Sur les exemples des processus de branchement à temps continu et de naissance et mort, elle montre comment calculer la probabilité d'extinction ou le temps moyen d'extinction. Elle met en évidence, par l'étude des approximations en grande population du processus de naissance et mort logistique, un modèle d'équation différentielle ordinaire (équation différentielle logistique) ainsi qu'un modèle d'équation différentielle stochastique (équation de Feller logistique), suivant les échelles de temps et de taille de population considérées.

Avec l'essor des moyens de calcul et d'internet, la classification automatisée a envahi notre quotidien. Elle filtre les pourriels de notre messagerie électronique, elle reconnaît automatiquement les codes postaux sur les lettres que nous postons, elle reconnaît les visages de nos amis sur les réseaux sociaux, etc. De façon moins visible, la classification automatique prend également un rôle de plus en plus important en sciences et en médecine, par exemple pour établir des diagnostics précoces de maladies ou pour rechercher de façon automatisée des molécules potentiellement actives contre certaines maladies. *Christophe Giraud* propose une introduction aux fondements mathématiques de la classification automatique. Il montre comment

estimer, sous des hypothèses très faibles, la probabilité d'erreur de classification pour des algorithmes classiques. L'analyse mathématique fait apparaître d'élégants arguments de convexité, de concentration et de symétrisation.

La théorie des matrices aléatoires est un domaine des mathématiques à l'intersection de la théorie des probabilités et de l'algèbre linéaire. Dès ses débuts, elle apparaît dans plusieurs questions : en statistique mathématique avec certaines matrices de covariance, en analyse numérique avec la question du comportement de certains algorithmes classiques, en mécanique quantique avec l'étude de la répartition des niveaux d'énergie ou encore en arithmétique. Cette théorie a des applications aussi bien dans les domaines appliqués que dans les parties les plus fondamentales des mathématiques (l'hypothèse de Riemann notamment). Les aspects non linéaires de l'algèbre linéaire y jouent un rôle profond et fascinant. Dans son texte, *Djalil Chafaï* en présente quelques aspects.

Nous tenons à remercier la direction de l'École polytechnique, la Direction des Services de l'Enseignement et le Centre Poly-Média, pour l'aide matérielle importante qu'ils ont apportée à la préparation de ces journées et à la publication de ce volume. Nous remercions aussi le secrétariat du Centre de Mathématiques Laurent Schwartz, notamment Carole Juppín et Marine Amier, qui assure chaque année le bon déroulement des journées. C'est avec émotion et reconnaissance que nous remercions Michèle Lavallette, qui nous a grandement facilité la tâche pendant de nombreuses années.

*Pascale Harinck, Alain Plagne et Claude Sabbah*