Centre de Mathématiques
Ecole Polytechnique

U.M.R. 7640 du C.N.R.S.

Analyse de Fourier et traitement d'images

Journes X-UPS 1998

F–91128 Palaiseau Cedex
Tél. : ((33)) 01 69 33 40 88 • Fax : ((33)) 01 69 33 30 19
secret@math.polytechnique.fr • http://www.math.polytechnique.fr

Centre de Mathématiques

Ecole Polytechnique

U.M.R. 7640 du C.N.R.S.

Analyse de Fourier
et traitement d'images

Journées X-UPS 1998

février 1999

F–91128 Palaiseau Cedex
Tél. : (33) 01 69 33 40 88 • Fax : (33) 01 69 33 30 19
secret@math.polytechnique.fr • http://www.math.polytechnique.fr

Table des matières

PRÉFACE

« Nous subissons chaque jour les effets de la « révolution numérique ». Il s'agit du téléphone digital, de la télévision numérique, de l'imagerie médicale, des chaînes d'impression numérique etc. [...]

D'où est venue la révolution numérique ? Où se dirige-t-elle ? Quelle est la part des mathématiques dans ces nouvelles techniques ?

La révolution numérique ou, plus précisément, le traitement du signal ou de l'image ont-ils aujourd'hui un effet bénéfique sur les mathématiques ? [...]

La révolution numérique est née, aux USA, en 1946, lorsque fut fondé « the Institute for the Unity of Science ». Il s'agissait donc plutôt d'une révolution scientifique, car la technologie était encore rudimentaire. [...] NORBERT WIENER et JOHN VON NEUMANN établissaient en 1945 les liens reliant la logique mathématique, l'électronique et la neurophysiologie. La construction des ordinateurs allait en résulter.

CLAUDE SHANNON découvrait en 1945 les lois permettant de coder efficacement un message (signal ou image). Claude Shannon et Norbert Wiener démontraient que le concept d'entropie, élaboré dans le cadre de la mécanique statistique pouvait être reformulé et s'appliquer aux télécommunications. Norbert Wiener publiait, en 1950, un essai intitulé « Speech, language and learning » où il utilisait ses découvertes sur les rétro-actions ou « feedbacks ».

Le 19 janvier 1951, Wiener et Rosenblith lançaient le programme « Cybernétique et Communications » dans le cadre de l'« Institute for the Unity of Science ». [...]

On ne peut expliquer cet âge d'or de la science américaine sans évoquer l'interaction entre physiciens (et non des moindres) et mathématiciens. En fait, dès les années 1930, E.P. WIGNER et L. BRILLOUIN introduisaient le concept du « plan temps-fréquence ». Ensuite, en 1945, D. GABOR (prix Nobel de Physique) proposait de décomposer le signal de parole en une combinaison linéaire (infinie) « d'atomes temps-fréquence » ou « logons ». [...]

La découverte des *ondelettes* (au début des années 1980) a renouvelé le climat intellectuel que nous venons d'évoquer. »

Le texte d'Yves Meyer « Le traitement du signal et l'analyse mathématique », dont est extraite l'introduction qui précède, présente, en dimension un, la théorie mathématique de certaines bases d'ondelettes, bases orthonormées de l'espace des fonctions de carré sommable. Les ondelettes fournissent des décompositions de signaux analogues à la décomposition en série de Fourier, mais offrant une plus grande variété dont on tire profit selon la nature du signal qu'on cherche à coder.

Le texte de Jean-Michel Morel et Saïd Ladjal « Notes sur l'analyse de Fourier et la théorie de Shannon en traitement du signal » explique comment les séries de Fourier et la transformation de Fourier à *deux* dimensions sont utilisées en traitement des images. Les fondements mathématiques sont présentés en détail, avec des illustrations graphiques convaincantes : voyez au paragraphe 7.6 l'effet d'un échange de phase sur Cindy Crawford, ou du moins sa photo.

Le texte de Stéphane Mallat « Rencontre des mathématiques appliquées et du traitement du signal » présente des méthodes mathématiques qui permettent d'obtenir concrètement des approximations optimales de signaux.

Enfin le texte de Bernard Rougé « Théorie de l'échantillonnage et satellites d'observation de la Terre » explique comment on adapte les théories précédentes au cas concret des images prises par les satellites, en « soulignant l'importance décisive des traitements mathématiques dans la conception des nouveaux satellites d'observation ».

Nous tenons à remercier la direction de l'École polytechnique, et tout particulièrement la Direction des Études, pour l'aide matérielle importante qu'elles ont apportée à la préparation de ces journées et à la publication de ce volume.

Nicole Berline et Claude Sabbah

`xups98.01`, p. 1–36

LE TRAITEMENT DU SIGNAL ET L'ANALYSE MATHÉMATIQUE

Yves Meyer

Veuillez compiler ce fichier séparément et l'insérer ici

Please compile this file separately and insert it here

xups98.02, p. 37–100

NOTES SUR L'ANALYSE DE FOURIER ET LA THÉORIE DE SHANNON EN TRAITEMENT D'IMAGES

Jean-Michel Morel et Saïd Ladjal

Veuillez compiler ce fichier séparément et l'insérer ici

Please compile this file separately and insert it here

xups98.03, p. 101–125

RENCONTRE DES MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES ET DU TRAITEMENT DU SIGNAL

Stéphane Mallat

Veuillez compiler ce fichier séparément et l'insérer ici
Please compile this file separately and insert it here

xups98.04, p. 127–155

THÉORIE DE L'ÉCHANTILLONNAGE ET SATELLITES D'OBSERVATION DE LA TERRE

Bernard Rougé

Veuillez compiler ce fichier séparément et l'insérer ici

Please compile this file separately and insert it here