Y

Introduction : Berkovich K3

- **But** aujourd'hui = expliquer dans les grandes lignes les idées derrière le papier de Kontsevich-Soibelman pour motiver les choix au niveau des exposés (et le titre du GT!)

  = je vais rester très vague sur certains phénomènes sans rentrer dans les détails des énoncés : deux raisons

  - demanderait d'introduire bcp de notions (simplification)
  - je ne les comprend pas : but est d'arriver à comprendre ce qu'ils font !

Motivation de KS = symétrie miroir.

- prédiction provenant de la physique théorique et qui concerne les variétés projectives $X^n/\mathbb{C}$ vérifiant $K_X = \Lambda^n T^*X$ est trivial

- Ces variétés ont une position importante en géométrie algébrique : elles forment un des blocs de base avec lesquels toutes les var. sont construites.

Ex :

$n=1$ tore $X = \mathbb{C}/\Lambda$

$n=2$
- tores $X = \mathbb{C}^2/\Lambda$
- K3 $K_X = 0$ et simplement connexe

  [quartique de $\mathbb{P}^3$, hypersurface de $\mathbb{P}^1\times\mathbb{P}^1\times\mathbb{P}^1$ (2,2,2)]

$n \geq 3$
- tores $\mathbb{C}^n/\Lambda$
- CY $K_X = 0$ $h^0(\Omega^2) = 0$ $\pi_1 = 0$
- Hyperkähler $\exists\, \Omega \in \Omega^2_X$ tq Ω^n non nulle en tout point

Thm (Bogomolov Beauville)

$K_X = 0$ Alors à revêtement fini X = produit Tores, CY, Hyperkähler

→ Construction des var. de CY = Batyrev
à partir de variété torique, et d'hypersurface dedans

→ Variété hyperkähler = très délicate à construire

2/

- Prédiction de la symétrie miroir.

$$X \longleftrightarrow X'$$
$$K_X = 0 \qquad K_{X'} = 0$$

objets liés à la structure hol d'un côté

$\updownarrow$

objets liés à la structure symplectique

$\boxed{ex}$ déf. structure $\mathbb{C}$ vs espace des formes de Kähler

ex comptage courbes rationnelles vs équation diff. liée aux dégénérescence de X.

<u>Problème</u> = pas d'explication conceptuelle du principe de symétrie
On travaillait sur des classes d'exemples → on décrit le miroir et on montre que les prédictions attendues sont valides.

SYZ (96) Kontsevich - Soibelman Gross - Siebert ont proposé un mécanisme pour expliquer la symétrie miroir.

<u>Paradigme de la symétrie miroir</u> : basé sur la notion de structure affine entière

structures affines apparaissent dans deux situations

géométrie symplectique :
syst. complètement intégrable
ou
fibration lagrangienne.

géométrie complexe :
dégénérescence de var. $\mathbb{C}$
(théorie de Berkovich)

→ indique un parallèle.

3/

<u>définition</u> . structure affine sur B^n

atlas cartes $U_i \subseteq \mathbb{R}^n$

changement de carte $\in \mathrm{Aff}(\mathbb{R}^n)$ ie $x \mapsto Ax + B$, $A \in GL(n,\mathbb{R})$, $B \in \mathbb{R}^n$

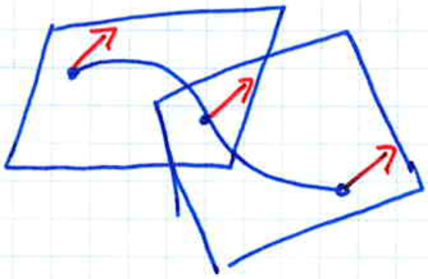
- tropicale si $\in GL_n(\mathbb{Z}) \ltimes \mathbb{R}^n$
- entière si $\in \mathrm{Aff}(\mathbb{Z}^n)$.

<u>Reformulation</u> : structure affine $\longleftrightarrow$ connection ∇ sur TB

× coordonnées x_i $y_i = \dfrac{\partial}{\partial x_i}$ $x'_i = A x_i + B$ $y'_i = A y_i$

$\nabla = d$

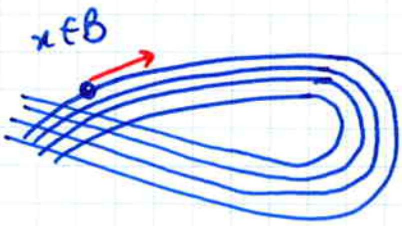
× transport parallèle



∇ est plate et sans torsion

<u>Fait</u> : ∇ plate sans torsion $\Rightarrow \exists!$ structure affine induisant ∇

<u>Parallèle</u> = on fixe une direction. ça induit un feuilletage localement



en général il ne se prolonge pas globalement.

Monodromie $\pi_1(B) \longrightarrow GL_n(\mathbb{R})$ non triviale.