2. Comptage des points périodiques des fractions rationnelles

Objectif: montrer que $\mathrm{card}(\mathrm{fix}(f^n)) = d^n + O(1)$ pour toute fraction rationnelle $f \in K(T)$ avec $K^{\mathrm{alg}} = K$ et $\mathrm{car}(K) = 0$.

Heuristique: contrôle des multiplicités aux points fixes

2.1. **Degré local.**

- proposition-définition de $\deg_x(f)$
- démonstration
- commentaires: lieu critique; $\mathrm{car}(K) > 0$
- conséquence: multiplicativité des degrés; $\mathrm{card}(f^{-1}(x)) = d$ pour presque tout x; finitude de $f^{-m}(\mathrm{fix}(f^n))$.

2.2. **Multiplicité en un point fixe.**

- définition de $\mu(f, x)$
- propriété: invariance par conjugaison formelle, $\{\mu(f, \cdot) \geq 2\}$ est l'ensemble critique
- $\sum \mu(f^n, x) = 1 + d^n$
- $\sup_n \mu(f^n, x) < \infty$
- conséquence: $\mathrm{per}(f)$ est infini.

2.3. **Intermezzo.** La démonstration du théorème principal se ramène à montrer la finitude le nombre de cycles paraboliques.

Discussion: on utilise des méthodes complexes.

2.4. **Références pour ce chapitre.**

- J. Silverman. *The arithmetic of dynamical systems.* Chapter 1.

$\diamond$ END LECTURE 2 $\diamond$